



**Uldis Raitums**

# Optimālās vadības uzdevumu relaksācija

Zinātniskā konference

“Matemātika un informātika pēc 50...”

2009. gada 9. novembris

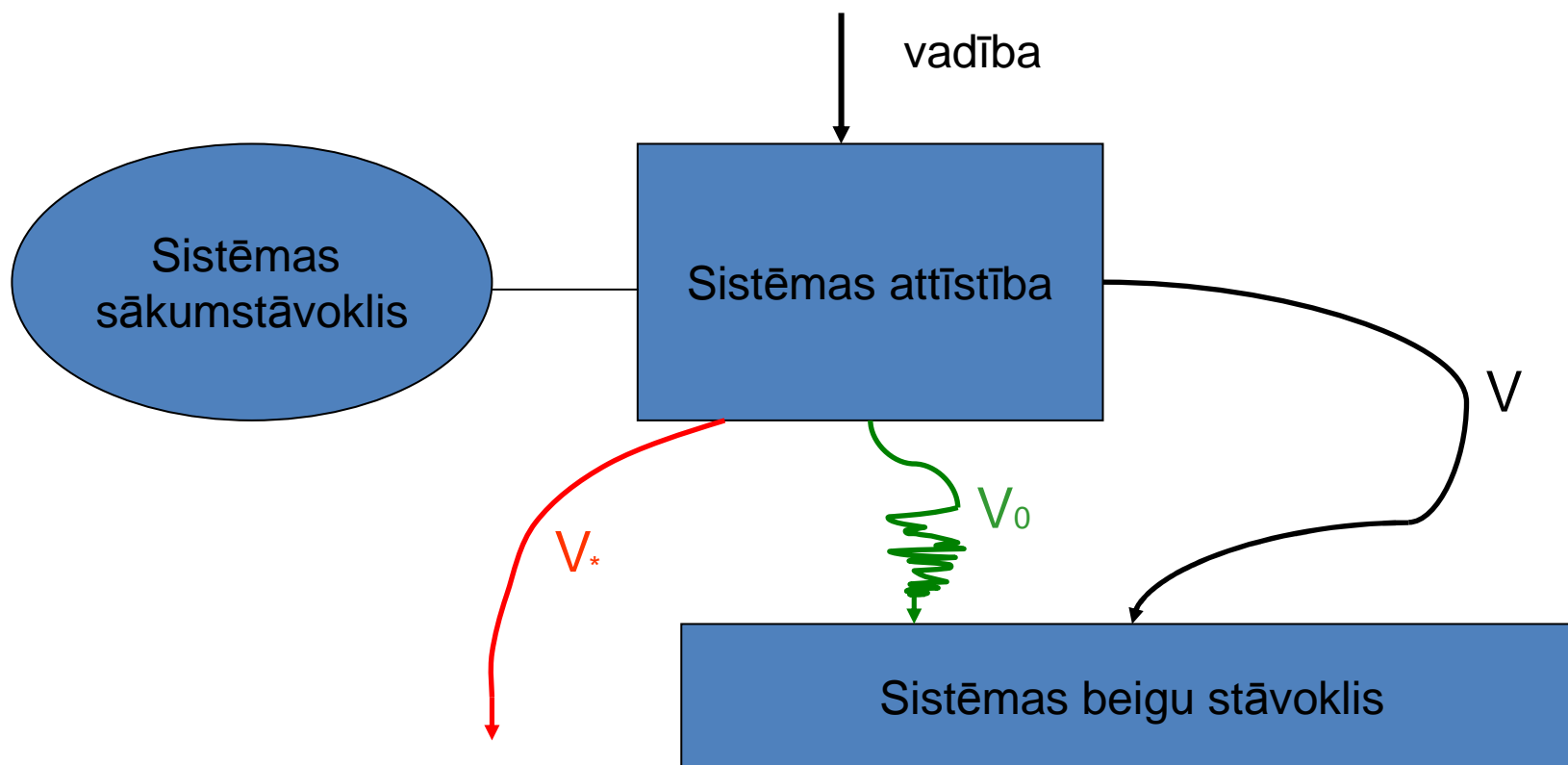
```
01011100110110101 101000110100
10110100111010100 1011011010111001
011011110111010001 101100010011011100
101001 0100110 0011001
011001 100110 010001
010111 1010100 1101110
011101 0100000 1100001 0111000
001110010011000010 1110011 0110100
10010000001001100010 1010101 0011010
1001001 01001001 1101000 1000110
0101101 0111010 0011011
0010110 1001101 0100111
1010011 0110010 1100001
1010001 0000001 1101100
0010000 001110 0100110 0010001
1010100 1110001 1001100 1000110
00000011 10010011 11100110101001110110
000010110111101100 1101100011110010
11101100101011 110110100100
```



- Reāli - optimālākais risinājums neeksistē
- Homogenizācija
- Relaksācijas pamatidejas
- LU MII līdzdalība
- Noslēgums



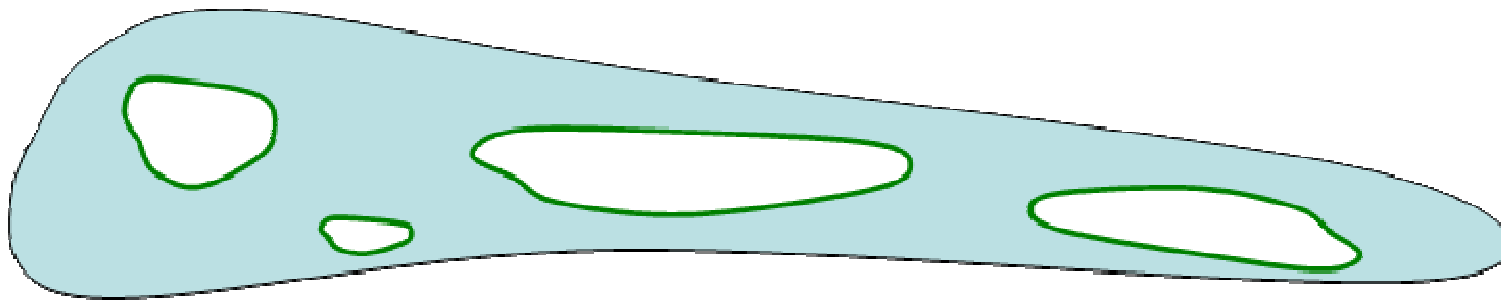
# Optimālākā risinājuma neeksistence



"Slīdošie režīmi" piem., raķetes nosēšanās uz mēness beigu fāze



# Optimālās konstrukcijas uzdevumi



## Lidmašīnas spārna profils:

minimizēt svaru, saglabājot celjspēju,...

(i) iepriekš nezin pat ģeometrijas kvantitatīvos rādītājus - cik tukšumu, ...

(ii) optimizācijas procesā konstrukcija var palikt arvien sarežģītāka un esošās skaitliskās modelēšanas metodes un datoru jaudas netiek galā ar problēmu,

jo **NAV** vislabākās ģeometrijas



# Homogenizācijas problēmas

Kompozitmateriālu makroskopisko īpašību matemātiskā modelēšana

Piemēri:

dzelzsbetons

finieris-saplāksnis

armēšana ar oglekļa šķiedrām

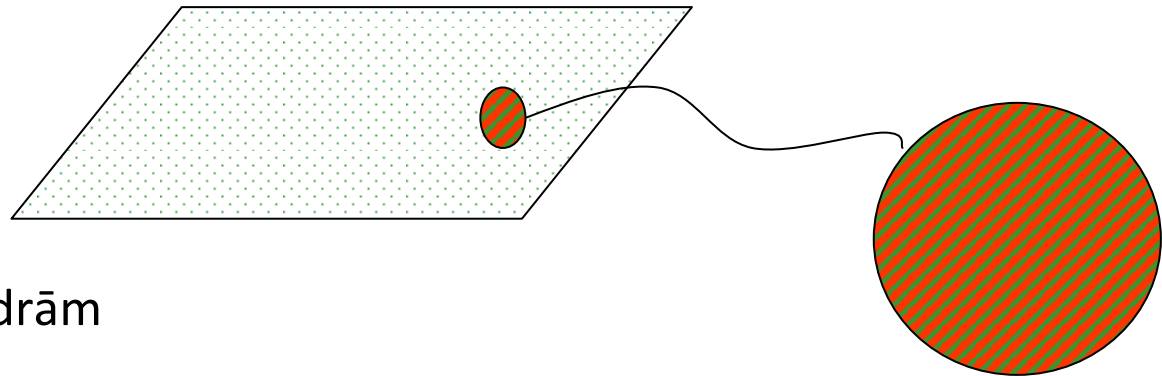
reālā kaula struktūra

filtrācijas procesi

...

Un, ja mikrostruktūras raksturojošie lielumi tiecas uz nulli, tad uz āru ķermenis jau uzvedas kā jauns (kompozīts) materiāls.

Piemēram: no homogeniem izotropiem materiāliem ar laminātu (slāņu) konstrukciju palīdzību iegūst izteikti anizotropu materiālu, vai otrādi





# Relaksācijas pamatideja I

$\{h\}$  vadības, ģeometrijas, ...



$\{A_h\}$  iegūstamie sistēmu aprakstošie **likumi**  
(vienādojumi)

$\{h_k\}$  vadību virkne



$A_{h_k}(u_{h_k}) = 0$ ,  $u_{h_k}$  sistēmas stāvokļi

$u_{h_k} \rightsquigarrow u_0$  kādā nozīmē



$A_0 = ?$  lai  $A_0(u_0) = 0$



# Relaksācijas pamatideja II

$A_0$  - robežlikums (robežvienādojums)



$\{A_s\}=?$

Visu iespējamo robežlikumu kopa (visi iespējamie kompoziti)

Kopā  $\{A_s\}$  eksistē „labākais”  $\bar{A}$  un pēc tā var noteikt labāko  $\{hi\}$



# Visplašāk izplatītā metode: Konveksifikācija

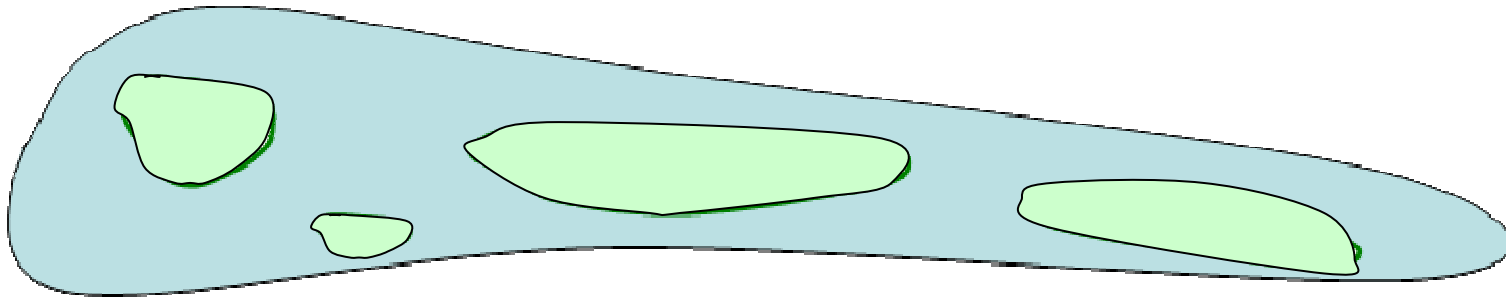
Piemēram, no iespējām

{ stūre tikai maksimāli pa labi;  
stūre tikai maksimāli pa kreisi }

Pāriet uz iespējām

{ visi stūres strapstāvokļi }

Piemēram, spārna optimizācijā pieļauj „pelēkos materiālus”



Tā nav pilna relaksācija, bet situācijās, kur vadība ieiet „operatora kompaktajā daļā”, piemēram, sistēmām, kuras apraksta ar parasto diferenciālvienādojumu sistēmām, šī metode parasti dod pilno relaksāciju.



# LU MII līdzdalība

60-to gadu beigās, ap 1968. gadu,

**J.-L. Lions:** *Jāpāriet uz vienādojumu vispārinātajiem atrisinājumiem no Soboļeva telpām*

**E.De Giorgi** un **S. Spagnolo:** *G-konverģences ideja*

Sākās ļoti aktīva darbība

## **Arī LU MII (Toreiz LU SC)**

1. Monotonu eliptisku nelineāru operatoru klases  $\{A_h\}$ , kur virknēm  $\{A_{h_k}\}$  var piekārtot analogus robežoperatorus  $A_0$
2. Pilnīgi relaksētā uzdevuma apraksti (kopa  $\{A_s\}$ ) „labu” funkcionāļu un lineāru skalāru eliptisku vienādojumu gadījumā
3. Parādīts, ka eliptisku sistēmu gadījumā „konveksifikācija” vispārīgā gadījumā nav pieļaujama un...
4. Vienkāršu „sliktu” funkcionāļu gadījumā iegūts relaksētā uzdevuma pilns teorētisks apraksts. Jaunums: parādās pārtraukti funkcionāļi



# Noslēgums

## Kāds labums?

1. Relaksētiem uzdevumiem eksistē atrisinājums un tos var daudz labāk risināt skaitliski ar datoru palīdzību – neparādās „oscilējošās”: tuvināto atrisinājumu virknes
2. Zinot relaksētā uzdevuma formulējumu, var daudz vieglāk prognozēt oriģinālā uzdevuma īpašības
3. Zinot relaksētā uzdevuma atrisinājumu (arī tuvinātu) var konstruēt minimizējošo (tuvinātu) virkni oriģinālā uzdevumā